

СИСТЕМИ ЧИСЛЕННЯ

ПЛАН:

1. Загальні відомості.
2. Двійкова система числення.
3. Вісімкова система числення.
4. Шістнадцяткова система числення.
5. Двійково-десятькова система числення.
6. Двійкова арифметика.

Загальні відомості

Системою числення називають сукупність правил запису (зображення) чисел за допомогою обмеженої кількості символів, що називаються *цифрами*.

Системи числення поділяють на *позиційні* і *непозиційні*.

Для запису чисел у позиційній системі числення використовують визначену кількість графічних знаків (цифр і літер), які відрізняються один від одного. Кількість таких знаків p називають *основою системи числення*. У розгляді систем числення основа зображується у вигляді нижнього індексу в кінці числа або латинськими літерами: для двійкового числа індекс 2 або літера B (*Binary*), для десяткового – індекс 10 або літера D (*Decimal*), для шістнадцяткового – індекс 16 або літера H (*Hexadecimal*). У комп'ютерах використовують позиційні системи з різною основою.

Сукупність різних графічних знаків (цифр і літер), які використовуються у позиційній системі числення для запису чисел, називається *алфавітом системи*.

Під час розгляду позиційних систем важливим виступає поняття *базису*.

Базис системи числення – це послідовність чисел, яка задає значення (вагу) кожної цифри залежно від місця її розташування.

Приклади базисів:

- ✓ десяткової системи числення – $10^0, 10^1, 10^2, \dots, 10^n$;
- ✓ двійкової – $2^0, 2^1, 2^2, \dots, 2^n$;
- ✓ вісімкової – $8^0, 8^1, 8^2, \dots, 8^n$;
- ✓ шістнадцяткової – $16^0, 16^1, 16^2, \dots, 16^n$.

У позиційних системах числення значення кожної цифри визначається її зображенням і позицією у числі. Окремі позиції у записі числа називають *розрядами*, а номер позиції – номером розряду. Кількість розрядів у записі числа називається його *розрядністю* і співпадає з довжиною числа.

У непозиційних системах числення значення кожної цифри не залежить від її позиції. Самою відомою непозиційною системою є римська, у якій використовуються такі цифри: $I=1$, $V=5$, $X=10$, $L=50$, $C=100$, $D=500$, $M=1000$.

Двійкова система числення. Двійкова система числення (система з основою 2), використовує цифри 0 і 1. Двійкові цифри називають також *бітами* (*Binary Digits*). Фізично в цифрових електронних системах значення 0 відповідає напрузі низького рівня (*L-рівня*), а значення 1 – напрузі високого рівня (*H-рівня*).

Цифрові пристрої використовують елементи, які мають тільки два стійких стани, і тому двійкова система числення дістала поширення для подання й оброблення інформації.

У таблиці 1.2 наведено значення ваг перших чотирьох двійкових позицій і показано відповідність між двійковим числом 1001_2 та його десятковим еквівалентом 9_{10} .

Таблиця 1.2 – Значення позицій двійкових чисел

Степінь основи		2^3	2^2	2^1	2^0
Значення ваг позицій		8	4	2	1
Двійкове число	Старший біт 1	0	0	0	Молодший біт 1
Десяткове число		$8 \times 1 +$	$4 \times 0 +$	$2 \times 0 +$	$1 \times 1 = 9_{10}$

Розряд, якому відповідає значення ваги позиції 1, називається *молодшим бітом*, а розряд, якому відповідає найбільше значення ваги позиції (у цьому разі 8), - *старшим бітом*.

У таблиці 1.3 подано десяткові числа від 0 до 15 та їх двійкові еквіваленти.

Таблиця 1.3 – Двійкові еквіваленти десяткових чисел від 0 до 15

Числа					
Десяткові		Двійкові			
Значення ваг позицій					
10^1	10^0	2^3 (8)	2^2 (4)	2^1 (2)	2^0 (1)
0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1
0	2	0	0	1	0
0	3	0	0	1	1
0	4	0	1	0	0
0	5	0	1	0	1

0	6	0	1	1	0
0	7	0	1	1	1
0	8	1	0	0	0
0	9	1	0	0	1
1	0	1	0	1	0
1	1	1	0	1	1
1	2	1	1	0	0
1	3	1	1	0	1
1	4	1	1	1	0
1	5	1	1	1	1

Спочатку введення інформації у ЕОМ здійснювалось тільки у двійкових (машинних) кодах, оскільки ЕОМ оперує тільки двійковими числами. Для скорочення довгих машинних кодів, які важко запам'ятовуються, стали застосовувати *вісімкову* і *шістнадцяткову системи кодування*. Такий підхід дозволив значно зменшити довжину числа і зберегти простоту його зворотного перетворення у двійкову форму.

Вісімкова система числення – це система з основою 8, яка у своєму алфавіті містить вісім цифр від 0 до 7.

Вісімкову систему застосовують для виконання допоміжних функцій; вона скорочує запис числової інформації і забезпечує простоту переведення у двійкову систему, оскільки кожен вісімкову цифру можна замінити на двійкове трирозрядне число – *тріаду*.

У таблиці 1.4 подано вісімкові еквіваленти 16 перших чисел десяткової системи числення.

Таблиця 1.4 – Вісімкові еквіваленти десяткових чисел від 0 до 15

Десяткове число	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Вісімковий еквівалент	0	1	2	3	4	5	6	7	10	11	12	13	14	15	16	17

Шістнадцяткова система числення – це система з основою 16, яка у своєму алфавіті містить 16 символів: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F. Ця система числення є найзручнішою за записом.

У таблиці 1.5 наведено шістнадцяткові еквіваленти 16 перших десяткових чисел.

Таблиця 1.5 – Шістнадцяткові еквіваленти десяткових чисел від 0 до 15

Десяткове число	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Шістнадцятковий еквівалент	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F

Двійково-десяткова система числення (двійково-кодована десяткова система або код 8421) – це система, у якій кожен десятковий цифру від 0 до 9 подають 4-розрядним двійковим еквівалентом.

Цей код застосовують для зручності введення і виведення інформації, а також спрощення логіки зв'язку, по яких інформація циркулює в ЕОМ.

Така система числення дозволяє скоротити програмні та апаратні витрати при перетворенні двійкових чисел, які використовують під час обробки інформації у процесорі, на десяткові, що виводять на пристрої відображення. Не можна запис числа у двійково-десятковому коді вважати його двійковим еквівалентом, так як це умовна форма запису, яка дозволяє вводити інформацію у звичній для оператора десятковій формі.

Двійково-десяткові числа записують з нижнім індексом 2-10, ДДК (двійково-десятковий код) або *BD (Binary Decimals)*, наприклад 0010 0100₂₋₁₀, 0010 0100_{ДДК}, 0010 010_{BD}.

Двійкова арифметика

Всі операції в комп'ютері виконуються у арифметико-логічному пристрої (АЛП). Числа, які приймають участь в операціях, називаються *операндами*. Основною операцією в АЛП є додавання. Операція віднімання замінюється додаванням операндів в оберненому або додатковому кодах. Операції множення і ділення реалізуються через численні додавання і зсуви.

Правила виконання операцій додавання, віднімання, множення і додавання за модулем 2 у двійковій арифметиці представлені у таблиці 1.

Таблиця 1 – Правила двійкової арифметики

Додавання	Віднімання	Множення	Модуль 2
0+0 = 0	0-0 = 0	0·0 = 0	0+0 = 0
0+1 = 1	1-0 = 1	0·1 = 0	0+1 = 1
1+0 = 1	1-1 = 0	1·0 = 0	1+0 = 1
1+1 = 10	10-1 = 1	1·1 = 1	1+1 = 0

Операція додавання в АЛП виконується за допомогою типового функціонального вузла – *суматора*.